

Definition:

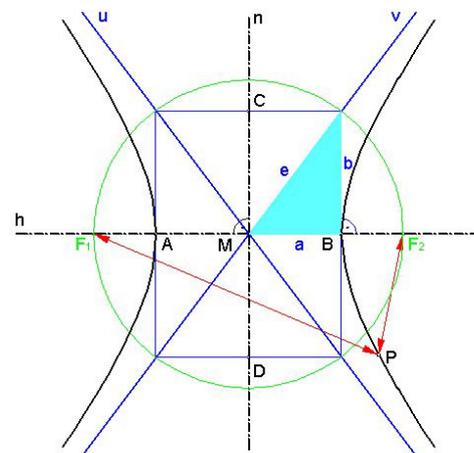
Eine Hyperbel ist die Menge aller Punkte einer Ebene, für die der Betrag der Differenz ihrer Abstände von zwei festen Punkten F_1 und F_2 (Brennpunkte) den konstanten Wert $2a$ (doppelte Hauptachsenlänge) hat.

$$hyp = \left\{ X \in \pi \mid \left| \overline{XF_1} - \overline{XF_2} \right| = 2a \right\}$$

Bezeichnungen:

- M..... Mittelpunkt
- A, B..... Hauptscheitel
- C, D..... Nebenscheitel
- F_1, F_2 Brennpunkte
- h..... Hauptachse
- n..... Nebenachse
- a..... halbe Hauptachsenlänge
- b..... halbe Nebenachsenlänge
- e..... lineare Exzentrizität
- PF_i Brennstrecken
- k_h Hauptscheitelkreis (Mittelpunkt M, Radius a)
- k_n Nebenscheitelkreis (Mittelpunkt M, Radius b)

Es gilt: $a^2 + b^2 = e^2$



Wichtige Konstruktionen:

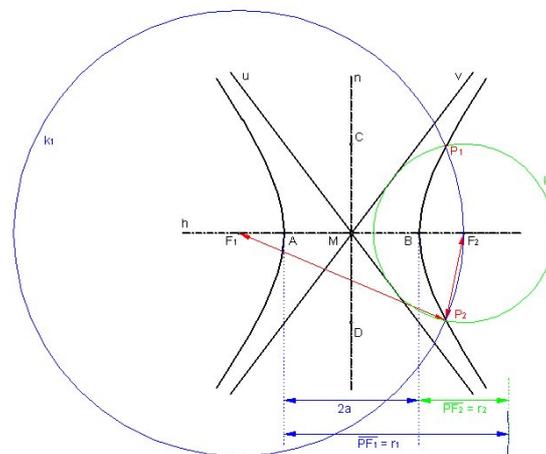
1.) Punktkeonstruktion auf Grund der Brennpunkteigenschaften

Von einer Hyperbel seien die Hauptscheitel und die Brennpunkte gegeben.

Es soll nun ein weiterer Hyperbelpunkt konstruiert werden.

1. Man zeichnet einen Kreis k_1 um F_1 mit Radius r_1 ($r_1 > a+e$).
2. Man zeichnet einen Kreis k_2 um F_2 mit Radius $r_2 = r_1 - 2a$.
3. Die Schnittpunkte P_1 und P_2 von k_1 und k_2 liegen dann auf der Hyperbel.

Anm: Für $r_1 = a+e$ ergibt sich nur ein Schnittpunkt, nämlich den Hauptscheitel B.

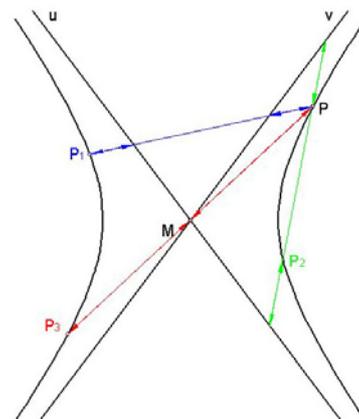


2.) Punktkeonstruktion auf Grund affiner Eigenschaften

Von einer Hyperbel seien die Asymptoten und ein weiterer Hyperbelpunkt P gegeben.

Es soll nun weitere Hyperbelpunkte konstruiert werden.

1. Man zeichnet durch P eine beliebige Gerade und trägt den orientierten Abstand von P bis zur Asymptote v von der Asymptote u aus ab und erhält damit einen weiteren Hyperbelpunkt P_1 .
2. Analog zu 1. können beliebig viele weitere Hyperbelpunkte bestimmt werden.
3. Die Spiegelung am Hyperbelmittelpunkt M liefert natürlich auch einen Hyperbelpunkt.



3.) Tangentenkeonstruktion auf Grund affiner Eigenschaften

Von einer Hyperbel seien die Asymptoten und ein Punkt P gegeben.

Es soll nun im Punkt P die Tangente t an die Hyperbel konstruiert werden.

1. Man zeichnet durch P eine Parallel zu u bzw. v und schneidet diese mit v bzw. u, der Schnittpunkt heißt H.
2. Man spiegelt den Hyperbelmittelpunkt M an H und erhält den Punkt T.
3. Die Tangente t ist die Verbindungsgerade von T und P.

